

以谓词表达模态^{*}

李 晟

〔摘 要〕以谓词表达模态，在表达力上比算子具有更明显的优势，但蒙塔古悖论和语义的不完善曾使模态谓词遭遇技术困境。采用“模态”与“真”相结合的研究策略，不仅可以在语形上利用真谓词限制模态谓词的表达力实现模态谓词的相容性，亦能在语义上借助语义真理论定义模态谓词的可能世界语义学。因此，以谓词表达模态可以促进模态逻辑的研究，实现各种模态概念与真概念的结合，体现真概念在逻辑研究中的基础性地位。

〔关键词〕模态 谓词 算子 真 〔中图分类号〕B81

同算子一样，谓词也是表达模态的一种方式。差别在于算子是通过作用于语句本身而得到新的语句，谓词则是通过作用于语句的名字而得到新的语句。不过相比较而言，模态谓词远不如模态算子那般常见，以谓词方法建立的模态理论也远不如以算子方法建立的模态理论那般成果丰富和应用广泛。但之所以还是要提出以谓词表达模态，主要是因为算子方法始终面临来自表达力的一个挑战。

在自然语言中，人们经常会表达这样的句子：“所有客观规律都是必然的”。如果是以算子来表达“是必然的”，那么这个句子就应该符号化为： $\forall x (Lx \rightarrow \Box x)$ ，其中“ Lx ”表示“ x 是客观规律”。但是根据模态谓词逻辑的形成规则，这个表达式并非合式公式。这就是算子方法所面临的“量化问题”（quantification problem）。若是以谓词“ N ”来表达“是必然的”，则上述句子的符号化便是： $\forall x (Lx \rightarrow Nx)$ ，而这就是一个合式公式了。尽管如此，谓词毕竟不及算子更受青睐，这是由于模态谓词自身在技术上遭遇了更大的麻烦。

一 模态谓词的技术麻烦

蒙塔古（Richard Montague）早在其1963年的论文中就已经证明，在一个十分弱的算术理论的基础上，只要同时承认公理“ $N \ulcorner \phi \urcorner \rightarrow \phi$ ”以及规则“由 ϕ 可证能推出 $N \ulcorner \phi \urcorner$ ”，所得任何理论都是不相容的。^①很明显，此两者分别是正规模态逻辑的特征公理T和必然化规则Nec的谓词版本。也就是说，如果是谓词表达模态，那么即使是正规模态逻辑的T系统，也不能得到应有的刻画。蒙塔古悖论可以说直接宣布了谓词方案的失败，以至于尽管谓词方案在一开始确实获得了卡尔纳普和蒯因等人的支持，

* 本文为国家社会科学基金青年项目“模态的谓词方法研究”（17CZX051）的阶段性成果。

① R. Montague, “Syntactical Treatments of Modality, with Corollaries on Reflexion Principles and Finite Axiomatizability”, *Acta Philosophica Fennica*, 16, 1963, pp. 153—167. 符号 $\ulcorner \phi \urcorner$ 是语句 ϕ 的哥德尔编码，用于表示语句 ϕ 在算术理论中的加引号的名字，即“ ϕ ”。

也无法避免后来遭受冷遇的命运。正如斯莱特 (Hartley Slater) 所说 “蒙塔古悖论表明, 模态谓词必定要为模态算子所取代。”^①

使模态逻辑的谓词方案黯然失色的另一个原因则是模态算子的可能世界语义学取得了蓬勃的发展。如今, 可能世界语义学是用以分析 “必然” “可能” 以及其他广义模态概念的最有力的工具, 并且在哲学、语言学、计算机科学中都有着广泛的用途。相比之下, 模态谓词的可能世界语义学一直发展得不够完善。倘若选择了模态谓词, 势必会以牺牲模态算子已取得的一系列重要成果为代价。

语形上的不相容和语义上的不完善容易让人觉得谓词方案不是明智的选择, 而模态算子在表达力上的局限性也客观存在。因此, 解决 “量化问题” 最简单的办法, 就是把算子直接变成谓词。虽然模态谓词在技术上确实有麻烦, 但是近年来的一些研究表明, 以谓词表达模态, 不仅在技术上是可行的, 而且还有其特殊的哲学意义和价值。

二 模态谓词的一种不成功的尝试

以谓词表达模态, 必须首先克服蒙塔古悖论。尽管从结论来看, 蒙塔古悖论的影响十分消极, 但这并不意味着我们对此将束手无策。正如塔斯基关于真谓词的不可定义性定理不仅没有阻止真理论的发展, 反而成为真理论发展史上的一座里程碑一样。蒙塔古悖论同样给我们以启示, 那就是我们必须对模态谓词进行必要的限制。

根据蒙塔古悖论的导出, 模态谓词的不恰当附加是其重要原因之一。因此, 限制模态谓词的附加将能避免蒙塔古悖论。但是模态算子可以自由附加, 如果对模态谓词作类似于塔斯基分层的限制, 其结果必定是得不偿失。施魏策尔 (Paul Schweizer) 将蒙塔古悖论的成因归结为: 在以谓词方法建立的模态理论中, 存在一类特殊的项, 它们既能处理算术问题, 又能充当模态谓词所能作用的语句的名字。^② 也就是说, 这类项的 “特殊” 之处在于其 “双重身份”。以谓词方法建立的模态理论通常是以算术理论 (比如皮亚诺算术) 为基础, 哥德尔编码为每个语句定义了一个名字, 即 “项”。而在纯算术背景下, 有很多谓词是可以定义的, 因此, 那些由哥德尔编码定义的语句名字自然能为这些算术可定义的谓词所用, 这是这类项的第一重身份。而模态谓词无法通过算术来定义, 因此关于模态谓词的所有性质也不是算术可定义的。但我们让那些由哥德尔编码定义的语句名字能够为算术不可定义的模态谓词所用, 这是这类项的第二重身份。施魏策尔认为, 蒙塔古悖论的发生与混淆语句名字的 “双重身份” 有关。所以, 限制模态谓词的取值范围将能有效避免蒙塔古悖论。于是, 涅米 (Gunnar Niemi) 提出了一种模态的谓词方案, 该方案不仅能包含 T 公理和 Nec 规则, 而且能满足相容性。^③

为了区别语句名字的双重身份, 涅米把算术中由哥德尔编码定义的名字称为语句的 “算术名字 (arithmetic name)”, 并规定算术名字只能为算术可定义的谓词作用。而对于模态谓词所能作用的语句名字, 涅米则重新引入了一类项, 并称之为 “引号名字 (quotation name)”。例如语句 ϕ , 其算术名字是 $\ulcorner \phi \urcorner$, 其引号名字是 $\lceil \phi \rceil$, 两者是不同的项。有此区别, 涅米的方案最终没有导致蒙塔古悖论。此外, 基尔姆 (Brian Skyrms) 也提出了一种谓词方案。与涅米的方案一样, 基尔姆也对语句的名字进行了区分: 不同的是, 基尔姆引入了语言的分层, 以避免模态谓词的不恰当自指和附加; 而更重要的是,

① H. Slater, “Paraconsistent Logics?”, *Journal of Philosophical Logic*, 24, 1995, p. 453.

② Cf. P. Schweizer, “A Syntactical Approach to Modality”, *Journal of Philosophical Logic*, 21, 1992, pp. 1—31.

③ Cf. G. Niemi, “On the Existence of a Modal Antinomy”, *Synthese*, 23, 1972, pp. 463—476.

基尔姆还证明了模态算子可以归约为他所给出的模态谓词。^① 不过非常遗憾, 涅米和基尔姆的模态谓词方案并不成功。

涅米和基尔姆提供的模态谓词主要有两方面缺点: 一方面, 他们虽然区分了语句的引号名字和算术名字, 但 $\ulcorner \phi \urcorner$ 和 $\lceil \phi \rceil$ 都是项, 两者在句法上应该是平等的。但是通过模态谓词, 我们只能得到 $N \ulcorner \phi \urcorner$, 不能得到 $N \lceil \phi \rceil$, 这说明涅米和基尔姆的模态谓词是“不彻底的”^②; 另一方面, 尽管区分两类名字对避免蒙塔古悖论有益, 但引号名字是为模态谓词特设的, 并不适用于算术可定义谓词。这说明模态谓词与其他谓词之间没有交流, 是完全孤立的。模态语句 $N \ulcorner \phi \urcorner$ 只依赖于模态谓词 N 和语句 ϕ 的引号名字 $\ulcorner \phi \urcorner$, 而与其他无关。这就意味着, 只要使 N 作用于语句 ϕ 便自然得到 $N \ulcorner \phi \urcorner$ 。这样的模态谓词实际上只是伪装成谓词的算子。^③ 所以, 试图通过区分语句的引号名字和算术名字而形成的方案, 是模态谓词的一种不成功的尝试。

三 把“模态”与“真”结合起来

限制模态谓词的表达力, 使之无法导出蒙塔古悖论, 乃是实现模态谓词在语形上的相容性的必由之路。但限制模态谓词的自由附加并不划算, 限制模态谓词的取值范围也未获成功。对此, 哈尔巴赫 (Volker Halbach) 等人提出了一种新的可能方案: 把“模态算子”与“真谓词”结合起来。^④ 也即是说将模态表达为“ $\Box T$ ”, 其中“ $\Box$ ”是通常的正规模态算子, “ T ”是一元真谓词。^⑤ 哈尔巴赫等人的这一方案是在模态算子和模态谓词之间采取的折中, 具有两个明显的优点: 一是提升了模态算子的表达力。因为 $T \lceil \phi \rceil$ 是合式公式, 并且是语句, 所以, $\Box T \lceil \phi \rceil$ 也是合式公式。“所有客观规律都是必然的”便可符号化为: $\forall x (Lx \rightarrow \Box Tx)$, 模态算子的“量化问题”得以解决。二是限制了模态谓词的表达力。由于模态算子不能自指, 所以“ $\Box T$ ”不会导致蒙塔古悖论, 而且不再需要区分语句的引号名字和算术名字。

不过, 哈尔巴赫等人的这一方案也有不足: 第一, 对“模态”与“真”的形式化处理方式不同。在自然语言中, “是必然的”与“是真的”属于相同语法范畴, 但出于技术考虑, 人们把“模态”处理成算子, 把“真”处理成谓词, 并对二者进行不同的逻辑研究。这是在不同的研究背景下。而现在是在同一背景, 却并没有更充足的理由来支持这一区分, 特别是来自哲学上的考虑。第二, 把“是必然的”直接改为“是必然真的”的合理性问题。虽然“是必然的”乃是“真势模态” (alethic modality), 即体现“真”的性质的模态, 但从技术上看, 一方面, 如果令“ $\Box T \lceil \phi \rceil$ ”等同于“ $\Box \phi$ ”, 则需预设塔斯基双条件模式“ $T \lceil \phi \rceil \leftrightarrow \phi$ ”, 而这一模式在算术基础上极易导致说谎者悖论。但是, 在哈尔巴赫等人的方案中对此缺少必要的说明。这就使“ $\Box Tx$ ”在避免了蒙塔古悖论之后, 又面临来自说谎者悖论的潜在威胁。另一方面, 如果“ $\Box T \lceil \phi \rceil$ ”等同于“ $\Box \phi$ ”, 那么也就意味着引入真谓词不会向原理论

① Cf. B. Skyrms, “An Immaculate Conception of Modality or How to Confuse Use and Mention”, *Journal of Philosophical Logic*, 75, 1978, pp. 368—387.

② 在一个一阶语言中, 如果一个谓词能适用于该一阶语言的所有项, 则称该谓词是“彻底的谓词 (proper predicate)”, 否则是“不彻底”的谓词。

③ Cf. J. Stern, *Toward Predicate Approaches to Modality*, Springer, 2016, pp. 50—51.

④ Cf. V. Halbach, H. Leitgeb, P. Welch, “Possible-worlds Semantics for Modal Notions Conceived as Predicates”, *Journal of Philosophical Logic*, 32, 2003, pp. 179—222.

⑤ 克里普克曾提出把模态谓词 $Nec(x)$ 定义为“ $\Box T(x)$ ”或“ $T(\Box x)$ ”, 但是人们对克里普克这一提议的理解有分歧。有人认为这是克里普克对模态谓词的支持, 也有人认为克里普克是想借此说明模态算子更好。Cf. S. Kripke, “Outline of a Theory of Truth”, *The Journal of Philosophy*, 72, 1975, p. 713.

增加任何实质内容,而这需要预设真之紧缩论(deflationism)^①的观点,从而在技术上不中立。

或许正是出于上述考虑,哈尔巴赫等人对模态谓词的态度是摇摆的。在以“ $\Box Tx$ ”支持模态的谓词方法之后,他们又在其他论文中以“ $\Box Tx$ ”转而支持模态的算子方法。^②实际上严格地说,“ $\Box Tx$ ”作为一个复合表达式,既不是模态谓词,也不是模态算子。但是它为模态的谓词方法研究提供了一个好的思路:把“模态”与“真”结合起来。

斯特恩(Johannes Stern)真正实现了这一结合。^③与哈尔巴赫等人的方案不同,斯特恩直接以谓词N表达“是必然的”,同时通过真谓词T限制N的表达力,以避免蒙塔古悖论。斯特恩将正规模态算子逻辑的T公理和Nec规则分别表示为“ $N \ulcorner \phi \urcorner \rightarrow T \ulcorner \phi \urcorner$ ”和“由 $T \ulcorner \phi \urcorner$ 可证能推出 $N \ulcorner \phi \urcorner$ ”。在斯特恩的方案中, $N \ulcorner \phi \urcorner$ 与 ϕ 只能通过 $T \ulcorner \phi \urcorner$ 间接发生联系。也就是说,斯特恩取消了模态谓词的去引号功能。这是很关键的一点,因为作为真势模态,“是必然的”虽然与“是真的”紧密相关,但“模态”毕竟不是“真”本身,所以模态谓词不能从真谓词身上直接继承去引号功能。而且从模态算子的角度看,凡是包含“去引号功能”(即 $\Box \phi \leftrightarrow \phi$)的模态系统都是坍塌的。

我们可以把斯特恩的方案概括为限制模态谓词表达力的第三种方式,即,限制模态谓词的去引号功能。通过该方案,我们把模态谓词的相容性问题转化为真谓词的相容性问题,只要能确保真谓词是不矛盾的,模态谓词的相容性就能得以保证。而公理化真理论^④恰好提供了不矛盾的真谓词。斯特恩以谓词方法建立了基于公理化真理论的模态理论,并且证明了该模态理论的演绎力不弱于正规模态逻辑的S5系统。

斯特恩的方案具有五个优点:第一,把“模态”与“真”同时处理成谓词,实现了两者的句法统一;第二,不刻意区分语句的名字,所有的项都能为模态谓词作用,因而是彻底的谓词;第三,在避免悖论的同时确保了模态谓词的表达力;第四,体现了模态谓词与真谓词的相互关系,特别是体现出“真”可以作为“模态”的基础;第五,在技术上保持了中立。总之,斯特恩的方案表明,以谓词表达模态的确已具备技术上的可行性。

四 模态谓词的可能世界语义学

语义理论的不完善曾经是困扰模态的谓词方法研究的第二个技术难题,但随着语形难题的解决,现在也在逐步走出困境。

根据模态算子的可能世界语义学,哈尔巴赫等人为模态谓词建立了一种具有可行性的可能世界语义学。^⑤在语形上,他们以皮亚诺算术PA的形式语言 L_{PA} 为基础,向其中添加表示“必然”的一元谓词N,从而得到模态语言 L_{PAN} 。在语义上,首先定义有序对 $\langle W, R \rangle$ 为一个框架,其中W是可能世界的

① 紧缩论是近年来在学术界比较活跃的一种真理论,它主张“真”是一个非实质的概念,认为断言一个语句为真,就是在断言该语句本身。但学术界对紧缩论的意见分歧很大。

② Cf. V. Halbach, P. Welch, “Necessities and Necessary Truths: A Prolegomenon to the Use of Modal Logic in the Analysis of Intensional Notions”, *Mind*, 118, 2009, pp. 71—100.

③ Cf. J. Stern, *Toward Predicate Approaches to Modality*, Springer, 2016, pp. 121—170.

④ 公理化真理论兴起于20世纪80年代,其核心思想是把“真”作为初始谓词,直接添加到某个基础理论(通常是算术理论)的语言中,并以若干刻画真谓词基本事实的语句作为公理,对基础理论进行扩充。Cf. V. Halbach, *Axiomatic Theories of Truth*, 2nd edition, Cambridge University Press, 2014; L. Horsten, *The Tarskian Turn: Deflationism and Axiomatic Truth*, The MIT Press, 2011.

⑤ Cf. V. Halbach, H. Leitgeb, P. Welch, “Possible-worlds Semantics for Modal Notions Conceived as Predicates”, *Journal of Philosophical Logic*, 32, 2003, pp. 179—222.

集合, R 是 W 上的二元可及关系。赋值函数 V 为每个可能世界 w 指派 L_{PAN} 的一个语句集, 作为在 w 上对模态谓词 N 的解释, 算术符号则一律按照 PA 的标准模型来解释。然后定义“必然”, 即, $N \vdash \phi$ 在 w 上成立, 当且仅当, ϕ 在所有与 w 具有可及关系 wRv 的可能世界 v 上都成立。很显然, 这个定义与模态算子的相应定义是一致的。

但与模态算子的可能世界语义学不同的是, 对语句的赋值不能按照复杂度递归地定义, 而且并不是在所有的框架上都能进行赋值。为了避免赋值出现矛盾, 必须对框架的性质作出必要的规定。比如, 框架不能具有自返性, 否则会导致蒙塔古悖论。尽管哈尔巴赫等人证明, 模态谓词的可能世界语义学在许多方面都与模态算子的可能世界语义学类似, 但后者毕竟不会受到任何束缚。所以, 由哈尔巴赫等人给出的关于模态谓词的可能世界语义学还无法媲美模态算子的可能世界语义学, 虽然这不失为一次很有益的尝试。

斯特恩延续了把“模态”与“真”结合起来的思路, 为模态谓词建立了一种更好的可能世界语义学。在语形上, 斯特恩也是以形式语言 L_{PA} 为基础, 但除了向其中添加了表示“必然”的一元谓词 N , 他还添加了表示“真”的一元谓词 T , 所得模态语言为 L_{PATN} 。而从语义角度看, 在框架 $\langle W, R \rangle$ 上, 赋值函数 V 首先为每个可能世界 w 指派 L_{PATN} 的一个语句集, 作为在 w 上对真谓词 T 的解释, 记为 $V(w)$; 然后对所有与 w 具有可及关系 wRv 的可能世界 v 上的 $V(v)$ 求交集, 将所得结果记为 $Y(w)$, 并以此作为在 w 上对模态谓词 N 的解释; 算术符号仍一律按照 PA 的标准模型来解释。很明显, 在斯特恩的定义中, 对模态谓词的解释是通过对真谓词的解释间接完成的。事实上, 即使是在模态算子的可能世界语义学中, 对“模态”的解释也是通过对“真”的解释(即经典真值 1 和 0)来间接完成的。而哈尔巴赫等人的定义缺少这一环节, 他们对模态谓词的解释只相当于斯特恩对真谓词的解释, 这成为他们的定义的一大不足。

然而, 在解释模态谓词时所遭遇的不相容情形, 真谓词同样会面临。于是, 对模态谓词解释的相容性问题再次转化为对真谓词解释的相容性问题, 只有确保对真谓词的解释是不矛盾的, 对模态谓词的解释的相容性才能得以保证。而当代的一些已经发展得很成熟的语义真理论恰能提供对真谓词的相容性解释。斯特恩以贝尔纳普(Nuel Belnap)、古普塔(Anil Gupta)和赫茨伯格(Hans Herzberger)等人所提出的修正语义学(revision semantics)为基础, 建立了模态修正语义学^①, 又以克里普克固定点语义学(fixed-point semantics)为基础, 建立了模态固定点语义学^②, 从而取得了模态谓词的可能世界语义学研究的实质性进展。

总之, 无论是从语形还是从语义, 把“模态”与“真”结合起来, 始终是贯穿模态的谓词方法研究的核心策略。而这一策略也比较好地解决了模态谓词的技术麻烦, 使得谓词方法终于能够成为研究模态的一种可行方法。

结 语

以谓词表达模态, 现在已不再是一件不可能的事。近年来, 有越来越多的学者开始关注模态的谓词方法研究。霍斯顿(Leon Horsten)以谓词方法建立了“可证性(provability)”的一个公理系统, 并认

① Cf. J. Stern, “Modality and Axiomatic Theories of Truth I: Friedman-Sheard”, *The Review of Symbolic Logic*, 7 (2), 2014, pp. 273—298.

② Cf. J. Stern, “Modality and Axiomatic Theories of Truth II: Kripke-Feferman”, pp. 299—318.

为所有模态谓词陷入悖论的原因归根结底只有一个,那就是真谓词本身的悖论性。^① 莱特格布 (Hannes Leitgeb) 研究了一种无类型的 (type-free) “可能性 (probability)” 理论,并且其研究也是通过与公理化真理论相结合来展开的。^② 不过,以谓词方法建立的模态理论要远比以算子方法建立的模态理论复杂得多,它是否也能如算子方法一样具有广泛的应用空间,现在还未可知。但是,以谓词表达模态还是有其特殊的哲学意义和价值:

首先,根据自然语言的表达,模态概念既可以理解成算子,也可以理解成谓词,所以对于逻辑研究来说,两者应当受到同样的关注,而且应实现三个方面的研究:研究模态算子、研究模态谓词、研究算子和谓词间的逻辑关系。^③ 但是由于谓词方法一直不成熟,模态逻辑的研究始终处于第一方面。现在谓词方法具备了技术的可行性,那么我们也就可以进入到模态逻辑研究的上述第二和第三个方面了。因此,以谓词表达模态对促进模态逻辑的发展是有益的。其次,尽管在算子方法的研究中也有多模态算子的结合,但是毕竟还没有实现与“真”这个基本哲学概念的结合,而模态谓词让我们实现了从语形和语义两个方面同时思考“模态”与“真”。在过去对模态算子的研究中,“真”只在语义中出现,不在语形中出现。即使是语义讨论,“真”也只在“后台”发挥作用。通过模态算子的可能世界语义学,我们只能看到“模态”的性质,却看不到“真”的性质。但是通过模态谓词的可能世界语义学,“真”和“模态”的性质都能得以体现。而且在模态谓词的公理系统中,既有关于模态谓词的公理,又有关于真谓词的公理,特别是有关于模态谓词与真谓词相互关系的公理。把“模态”与“真”结合起来,必能进一步丰富和完善我们对模态理论和真理论的研究。最后,以谓词表达模态,是开启更广阔研究领域的一把“钥匙”。如前所述,把不同的概念结合起来,而且是采用统一的方式 (即谓词) 结合起来,这是模态的谓词方法研究的一个特点。除了“真势模态”与“真”的结合,我们还可以考虑与其他的“广义模态”相结合。而且,以谓词表达模态还能实现算术基础理论与模态理论的结合,扩充算术基础则可进一步实现集合论与模态理论的结合。这将是概念间、理论间、学科间的一场广泛而深刻的合作。更为重要的是,“真”在这些合作中始终发挥着最基础的理论作用,体现了真概念在逻辑研究中的基础性地位。正如弗雷格所言,“真”为逻辑学指引方向。^④

(作者单位: 四川师范大学马克思主义学院)

责任编辑 孙婧一

① Cf. L. Horsten, “An Axiomatic Investigation of Provability as a Primitive Predicate”, *Principles of Truth*, V. Halbach & L. Horsten (eds.), Ontos-Verlag, 2002, pp. 203—220.

② Cf. H. Leitgeb, “Type-free Truth to Type-free Probability”, *New Waves in Philosophical Logic*, G. Restall & G. Russell (eds.), Palgrave Macmillan, 2012, pp. 84—93.

③ Cf. H. Leitgeb, “Towards a Logic of Type-free Modality and Truth”, *Logic Colloquium 05, Lecture Notes in Logic*, C. Dimitracopoulos et al. (eds.), Cambridge University Press, 2006, pp. 68—84.

④ 《弗雷格哲学论著选辑》,王路译,王炳文校,商务印书馆,2013,第129页。