

大学生贫困资助评定的多粒度粗糙集研究

任 俊¹，唐绮雯¹，徐 怡²，胡善忠²

REN Jun¹, TANG Qiwen¹, XU Yi², HU Shanzhong²

- 1.安徽大学计算机科学与技术学院，合肥 230601)
- 2.安徽大学计算智能与信号处理教育部重点实验室，合肥 230039)
- 1.Department of Computer Science and Technology Anhui University, Hefei 230601, China
- 2.Key Lab of IC&SP at Anhui University, Ministry of Education, Hefei 230039, China

REN Jun, TANG Qiwen, XU Yi, et al. Research on multi granularity rough set for university students' Poverty Support Evaluation. Computer Engineering and Applications

Abstract: The CPC Central Committee and the State Council have always attached great importance to the financing of students with family difficulties. In recent years, in order to ensure the family financial difficulties students successfully completed their studies, Central and local governments have developed a variety of policies, including the Subsidy policy for poor students in university. But will also face a problem, is how to judge whether students are poor students. There are many factors that affect the assessment of funding, leading to the existence of funding assessment is not fair. In order to help the major colleges and universities to do a better job of poor student funding work. Firstly, this paper designs the questionnaire of the college students' poverty support assessment standard, to collect data from college freshmen to seniors. Then, take advantage of the improved rough set theory which based on the pessimistic multi-granularity information reduction algorithm, optimistic multi- granularity reduction algorithm and the two-layer absolute granularity reduction algorithm, we have excavated the key factors that affect the evaluation criteria of poor students, and verified the correctness of the results by experiments. The research results can make the poverty assessment standard more just, so that poor students can better finish their studies under the assistance of the state, and lay a good foundation for future life.

Key words: Multi-granularity rough sets;College students poverty aid; Absolution reduction;The particle size reduction; Amount of information

摘 要：党中央、国务院历来高度重视家庭困难学生的资助工作。近年来，为保证家庭经济困难学生顺利完成学业，中央和地方各级政府制定了各种各样的政策，其中包括了大学贫困生资助这项政策。但是也会面临一个问题，就是如何去判断学生是否是贫困生。由于影响资助评定的因素有很多，导致资助评定存在不公平性。为了帮助各大高校更好的做好贫困生资助工作，本文首先设计了大学生贫困资助评定标准调查问卷，向本校大一至大四学生分发调查问卷收集数据，然后利用了粗糙集理论改进的基于悲观多粒度约简算法、乐观多粒度约简算法以及双层绝对粒度约简算法，挖掘出了影响贫困生评定标准的关键因素，并通过实验验证了结果的正确性。研究成果可以使得贫困生评定标准更加公正，让贫困生学子能在国家的资助下更好地完成学业，为以后的人生打好基石。

关键词：多粒度粗糙集；大学生贫困资助；绝对约简；粒度约简；信息量

文献标志码：A doi：10.3778/j.issn.1002-8331.1712-0257

基金项目：国家自然科学基金项目(No.61402005)；安徽省自然科学基金项目 (No.1308085QF114)；安徽省高等学校省级自然科学基金项目(No.KJ2013A015，No.KJ2011Z020)；安徽大学科研训练项目(No.KYXL2016048)；计算智能与信号处理教育部重点实验室课题项目。

作者简介：任俊，男，安徽大学计算机科学与技术学院，本科在读学生；徐怡(1981-)，女，副教授，博士，研究方向为智能信息处理和粗糙集理论。

1 引言

贫困大学生主要是指家庭经济情况贫困的学生，虽然随着国家经济的发展，很多家庭的经济水平都有了改善，但是还是有很多家庭处于经济贫困的状况，贫困大学生在高校中占了不少的人数。因此国家对于贫困生资助给予很大的重视，贫困生资助也是当前各大高校的重点工作之一。但大量情况表明，高校贫困生资助问题并没有得到根本的解决，贫困生资助体系在设计和运行上仍然存一些问题，比如贫困大学生的认定标准不完善。随着社会总消费水平的提高，贫困生标准也在变化，目前我国高校还没有一套科学的贫困生指标评价体系，使贫困生的界定主观性，随意性增加。各高校对学生的经济情况的了解还仅仅依赖于《家庭经济调查表》、学生源地贫困证明或者学生个人的贫困申请，没有收入申报制度和收入监控机制等，这使高校 贫困生资格认定缺乏科学性、针对性与可操作性^[1]。因此完善贫困证评定标准是一项重要而又有意义的工作。

粗糙集理论是Pawlak 教授在1982 年提出的一种能够定量分析处理不精确、不一致、不完整知识与信息的数学工具^[2]。该理论无需数据集之外的任何先验信息，所以对问题的描述和处理比较客观。目前广泛应用于数据挖掘、决策分析、机器学习与知识发现等领域^[3]。从粒计算^[3]的角度来看，经典粗糙集模型是基于单粒度和单层次的，无法从多粒度、多层次的角度对异构数据进行分析 and 处理。钱宇华和梁吉业等^[4]提出，采用一个属性集序列而非一个属性集来对论域进行分类，提出了多粒度粗糙集模型的概念，定义了两种具体的多粒度模型：乐观多粒度粗糙集模型和悲观多粒度粗糙集模型^[5]。多粒度粗糙集模型可以有效处理异构数据和多源数据。当前在多粒度粗糙集上的研究大多数是在把多粒度粗糙集的这种思想推广到不同的粗糙集模型中，文献^[6]定义了可变多粒度粗糙集，文献^[7,8]将多粒度思想引入到不完备信息系统中，文献^[9]将多粒度思想引入到了不完备多标记信息系统中。而且现在已经有不少研究多粒度粗糙集属性约简的论文^[10~16]，但是上面的研究基本上是单层的约简，没有从事物变化的角度约简，也没有考虑到异构数据的约简。因此本文中用到了双层绝对粒度约简，从而使最后得到的结果更精确。

由于这种影响大学生贫困评定的因素又是方方面面的，它的数据是异构的，是一种多粒度结构的，

所以我们选用多粒度粗糙集的方法来分析这些数据。粒度约简是多粒度粗糙集里核心的内容之一。本次贫困生标准的评定就用到了粒度约简中悲观多粒度粗糙集粒度约简、乐观多粒度粗糙集约简^[5]以及多粒度的双层绝对约简^[17]。文中首先设计了大学生贫困资助评定的调查问卷表，面向本校大一至大四的学生分发调查问卷收集数据，通过改进双层粒度绝对约简以及悲观和乐观的多粒度粗糙集约简的算法，从乐观和悲观的两个角度，我们对贫困生评定标准的数据做了粒度的约简和绝对约简。通过粒度约简我们删除了冗余的粒度，再通过绝对约简我们又在每个粒度中删除冗余属性，保留重要的属性评定标准，最后得出一个总的可行的评定方案。通过应用这套新的贫困生评定标准可以使得高校的评定机制更加科学，提高资助的有效性，从而让贫困生拥有更好的未来。

2 粗糙集的基本概念

下面将介绍本文用到的基本概念。

定义 1: $IS = (U, A)$ 为一个信息系统, 其中 U 为论域, A 为论域 U 上的条件属性集。 对于每个属性 $a \in A$, 都对应着一个函数 $a: U \rightarrow V_a$, V_a 称为属性 a 的值域, U 中每个元素称为个体、对象或行。对于每个属性子集 $B \subseteq A$ 和任何个体 $x \in U$, 都对应着一个如下的信息函数:

$$Inf_B(x) = \{(a, a(x)) : a \in B\}$$

定义 2: B 一不分明关系(或称为不可区分关系):

$$IND(B) = \{(x, y) : Inf_B(x) = Inf_B(y)\}$$

任何满足关系 $IND(B)$ 的 2 个元素 x 、 y 都不能由属性子集 B 区分, $[x]_B$ 表示由 x 引导的 $IND(B)$ 等价类。

对于信息系统 $IS = (U, A)$, 属性子集 $B \subseteq A$ 和论域子集 $X \subseteq U$, B 一下近似和 B 一上近似定义为:

$$\underline{B}(X) = \underline{B}(IS, X) = \{x \in U : [x]_B \subseteq X\}$$

$$\overline{B}(X)=\overline{B}(IS,X)=\{x\in U:[x]_B\cap X\neq\varnothing\}\quad \underbrace{\sum_{i=1}^m A_i^p(X)=\{x:[x]_{A_1}\subseteq X\wedge [x]_{A_2}\subseteq X\wedge\cdots\wedge [x]_{A_m}\subseteq X,x\in U\}}$$

B 一下近似也称为正区域,记为 $POS_B(X)$ 。序偶 $(\underline{B}(X),\overline{B}(X))$ 称为粗糙集。

定义 3：在信息系统 $IS=(U,A)$ 中， if

$B\subseteq A$ ，满足:

- 1) 对于任意 $x\in U$ ，都有 $[x]_B=[x]_A$,
- 2) 对于任意 $S\subset B$ ，存在 $x\in U$ ，使得 $[x]_S\neq [x]_A$,

则 $B\subseteq A$ 称为其绝对约简。

3 多粒度粗糙集

多粒度粗糙集分为乐观粗糙集和悲观粗糙集^[5],

分别定义如下。

定义 4: 设 $S=(U,AT\bigcup D,V,f)$ 是一个完

备决策信息系统, $A_1\subseteq A,A_2\subseteq A,...,A_m\subseteq AT$ 。

对于任意 $X\subseteq U$ ，乐观多粒度下、上近似分别定义为^[5]:

$$\underbrace{\sum_{i=1}^m A_i^o(X)=\{x:[x]_{A_1}\subseteq X\vee [x]_{A_2}\subseteq X\vee\cdots\vee [x]_{A_m}\subseteq X,x\in U\}}$$

$$\overline{\sum_{i=1}^m A_i^o(X)=\sim\left(\sum_{i=1}^m A_i^o(\sim X)\right)}$$

其中，符号“ $\sim$ ”为集合的补集运算，上标“O”为“乐观”。

定义 5: 设 $S=(U,AT\bigcup D,V,f)$ 是一个完

备决策信息系统, $A_1\subseteq A,A_2\subseteq A,...,A_m\subseteq AT$ 。

对于任意 $X\subseteq U$ ，悲观多粒度下、上近似分别定义为^[5]:

其中上标“ P ”为“悲观”。

定义 6^[5]: 设 $S=(U,AT\bigcup D,V,f)$ 是一个

完备决策信息系统, $A_1,A_2,\cdots,A_m\subseteq AT$ ， D 为

决策属性， $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$ ， $B\subseteq A$ ，

$U/D=\{Y_1,Y_2,\cdots,Y_r\}$ ，则悲观多粒度粗糙集下

近似分布定义为:

$$\mu(U,D)=\{\underbrace{\sum_{i=1}^m A_i^p(Y_1)},\underbrace{\sum_{i=1}^m A_i^p(Y_2)},\cdots,\underbrace{\sum_{i=1}^m A_i^p(Y_r)}\}$$

若 $\mu_B(U,D)=\mu_A(U,D)$ ，则称 B 为 A 的粒度

下近似分布一致集。若对 $\forall B'\subset B$ ，都有

$\mu_B(U,D)\neq\mu_A(U,D)$ ，则称 B 为 A 的粒度下

近似分布约简。

无论是乐观粗糙集还是悲观粗糙集，都是在单个决策表中以及在粗糙集的框架下，某个概念对一系列的属性子集的等价类进行合取、析取和补集运算。这一系列的属性子集无论是子集个数，还是子集内部都可能含有冗余属性。所以在下文我们将讨论在多粒度粗糙集在条件属性信息熵意义下不损失信息的双层多粒度绝对约简。

4 基于信息量的多粒度约简

基于信息量的多粒度约简是通过求信息量来在粒度的层次上对粒度进行约简。

定义 7: 粒度集的信息量

设 $S=(U,AT\bigcup D,V,f)$ 是一个完备决策信息系统,

$A_1,A_2,\cdots,A_m\subseteq AT$ ， $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$ ，

$U/D=\{Y_1,Y_2,\cdots,Y_r\}$,定义:

$$I(A|D)=1-\frac{1}{|U|^2}\sum_{j=1}^r\left|\bigcap_{A_i\in A}\underline{A_i}(Y_j)\right|^2$$

为悲观多粒度下粒度集 A 的信息量。这里

$$\left|\bigcap_{A_i\in A}\underline{A_i}(Y_j)\right|$$
表示集合的基数。

定义 8: 设 $S=(U,AT\bigcup D,V,f)$ 是一个完备决策信息系统 $A_1,A_2,\cdots,A_m\subseteq AT$,
 $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$ $U/D=\{Y_1,Y_2,\cdots,Y_r\}$,

粒度 A_i 在粒度集 A 中的重要度定义为:

$$SGF(A_i,A)=I(A|D)-I(A-\{A_i\}|D)$$

定理 1^[18]: 设 $S=(U,AT\bigcup D,V,f)$ 是一个完备决策信息系统 $A_1,A_2,\cdots,A_m\subseteq AT$,
 $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$ $U/D=\{Y_1,Y_2,\cdots,Y_r\}$,
 $B\subseteq A$,若 $I(B|D)=I(A|D)$ 且对 $\forall A_i\in B$,
 $SGF(A_i,B)>0$,则 B 为 A 的一个悲观下近似分布粒度约简。

算法 1: 在删除冗余粒度时采用悲观下近似分布粒度约简。

输入: 决策信息系统 $S=(U,AT\bigcup D,V,f)$,
 $A_1,A_2,\cdots,A_m\subseteq AT$, $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$.

输出: 决策信息系统的一个悲观下近似分布粒度约简 C。

Step1: 对每一个 $A_i\in A$, 计算 U/A_i 和 U/D 。

Step2: 对每一个基于单粒度的粒度空间 U/A_i 和 $\forall Y_j\in U/D$,计算 $\underline{A_i}(Y_j)$ 。

Step3: 首先令 B 为空, 然后对任意 $A_i\in A$, 计算 $SGF(A_i,A)$, 将使 $SGF(A_i,A)>0$ 的 A_i 增加到粒度集 B 。

Step4: 如果 $I(B|D)=I(A|D)$, 则 $C=B$, 转到 Step5; 否则令 $B_1=A-B$, 对 $\forall A_i\in B_1$, 计算 $I(B\bigcup\{A_i\}|D)-I(B|D)$, 将使信息量增加到最

大的粒度 A_i 增加到粒度集 B 中, $B_1=B_1-\{A_i\}$, 转到 Step4。

Step5: 输出粒度约简 C , 算法结束。

乐观下近似分布粒度约简算法与悲观悲观下近似分布粒度约简算法类似, 在此就不在写出乐观下近似分布粒度约简算法的算法步骤了。

5 多粒度绝对约简

对于多粒度粗糙集, 每个粒度的属性子集都可能含有冗余属性, 本文研究了如何约简属性子集簇中的冗余属性而不影响多粒度粗糙集。

定义 9: 设 $IS=(U,A)$ 为一个信息系统,

$A_1\subseteq A,A_2\subseteq A,\dots,A_m\subseteq A$, 如果 $A'_1\subseteq A,A'_2\subseteq A,\cdots,A'_m\subseteq A$, 满足

1) 对于任意 $x\in U$ 和任意 $A_i'\subseteq A_i(i=1,2,\dots,m)$, 都有 $[x]_{A_i}=[x]_{A_i'}$

2) 对于任意 $a\in\bigcup_{i=1}^mA_i'$, 存在 $x\in U$, 存在

$A_i'\subseteq A_i$, 使得 $[x]_{A_i}\neq[x]_{A_i'-\{a\}}$

则 $A'_1\subseteq A,A'_2\subseteq A,\cdots,A'_m\subseteq A$,称为IS的多粒度绝对约简。

定理 2^[18]: 在信息系统 $IS=(U,A)$ 中, $A'_1\subseteq A,A'_2\subseteq A,\cdots,A'_m\subseteq A$ 为 $A_1\subseteq A,A_2\subseteq A,\cdots,A_m\subseteq A$ 的多粒度绝对约简, 如果 $A=\bigcup_{i=1}^mA_i$, 存在一个 $IS=(U,A)$ 的绝对约

简 $B\subseteq A$, 使得 $B\subseteq\bigcup_{i=1}^mA_i'$

多粒度绝对约简就是保持每个属性子集对论域的划分都不变的最小属性子集的集合, 它要求每个属性子集都不存在冗余属性. 因为每个属性子集中包含的元素并不完全相同, 所以本质上多粒度绝对约简属于异构数据的约简。

算法 2: 按照双层多粒度绝对约简算法, 将各个粒度属性集中各自的冗余属性删除. 设 $C=\bigcap_{i=1}^nA_i$.

Step1： 分别把 $A_1,A_2,\cdots,A_m$ 赋给 $A_1',A_2',\cdots,A_m'$ 。

Step2: 对于每个 $A_i'-C(i=1,2,\cdots,m)$ 中的属性，分别约去使得 $[X]_{A_i'-\{a\}}=[X]_{A_i'}$ 中的属性 a ，令 $A_i'=A_i'-\{a\}$ 。//这是个求同存异的过程，尽可能约简每个属性子集中的非公共属性。

Step3： 对于每个 C 中的属性分别约去使得 $[X]_{A_i'-\{a\}}=[X]_{A_i'}$ 中的属性 a ， 令 $A_i'=A_i'-\{a\}$ 。//这是一个存异求同的过程， 在 $A_i'-C$ 中独有属性保留的情况下继续约简共同属性。

Step4:输出信息系统 $IS=(U,A)$ 的多粒度绝对约简 $A_1',A_2',\cdots,A_m'$ 。

6 实验分析

在预调研阶段，通过网上资料、书籍翻阅以及本校学生的口头询问，我们收集了有关大学生贫困标准评定的相关因素，并以此设计了调查问卷。本次调查问卷是通过网上分发调研问卷进行的。通过被调研学生的反馈以及指导老师的指导，我们修正了表格中问题的问法以及问题选项的设置。通过几次反复的改进，最终问卷如表 1 所示。

面向本校大一至大四的学生随机分发了 150 份调查问卷收集数据。经过统计分析，剔除了 50 份无效问卷，通过网上问卷的筛选得到获得资助同学的问卷数据。把问项 1-22 作为条件属性，其中因为不同属性分属不同粒度。所以将其中与家庭相关的属性粒度标记为:a1-a8， 与学生本身相关的属性粒度标记为:b1-b8， 与大学生活环境相关的属性粒度标记为:c1-c4，与学校资助情况相关的属性粒度标记为:d1，与自然灾害发生情况相关的属性粒度标记为:e1。

根据文中所述，结合了双层多粒度绝对约简算法、悲观多粒度约简算法以及乐观多粒度约简算法思想对决策表进行处理，同时我们还从悲观和乐观两个角度对数据进行了处理并比较。

在悲观多粒度下，本文中的数据经过约简之后的约简集为: $\{d1\}$ 。即影响大学生贫困资助评定的关键因素为：学校是否给予贫困资助。因为在悲观多粒度中，一个对象属于某个目标概念的下近似，要求粒度集合中的每个粒度上都要满足这个对象的等价类

包含于目标概念，这个要求较为严格，实际系统中的对象很难满足。所以我们得到的结果只有一个。

而在乐观多粒度中，一个对象属于某个目标概念的下近似，要求粒度集合中的至少一个粒度上满足这个对象的等价类包含于目标概念，这个要求较为宽松，实际系统中的对象容易满足。所以在乐观多粒度下，本文中的数据经过约简之后找出的影响大学生贫困资助评定的关键因素有：家庭方面：父亲的文化程度、母亲的文化程度、家庭交通工具、父母是否患有疾病、家庭成员数、父母是否离异;学生本身：平均每周在食堂的消费次数、平均一学期旅游次数、更换手机频率、平均身穿衣服的价位、平均日消费金额、学生是否患有疾病;大学生生活环境方面：一学期与同学聚餐次数、与室友融洽程度、在班里表现情况、是否办理了助学贷款；如表 2 所示。

表 1 贫困生资助评定标准调查问卷	
问项	答案
1. 您是否接受过贫困生资助	A 接受过 B 没有接受过
2. 您父亲的文化程度	A 高中以下 B 本科 C 研究及以上
3. 您母亲的文化程度	A 高中以下 B 本科 C 研究生及以上
4. 您家里是否有轿车	A 有 B 无
5. 您家里在县城还是农村	A 县城 B 农村
6. 您家里是否有轿车	A 有 B 无
7. 您家里共有多少人	A 三人以下 B 三人 C 四人 D 四人以上
8.您父母是否离异	A 是 B 否
9.您是否单亲	A 是单亲 B 父母健在
10.您是否接受过贫困生资助	A 接受过 B 没有接受过、
12.您平均每周在食堂消费的次数	A 较少 B 较多 C 基本在食堂吃
13.您平均一学期旅游次数	A 3 次以下 B 3-5 次 C 6-8 次 D 8 次以上
14.您更换手机的频率	A 一至两年换一次 B 三年以上换一次
15.您穿衣服的价位	A 0-150 元 B 150-250 元 C 250-500 元 D 500-1000 元
16.您平均每天消费的金额	A 10 元以下 B 10-15 元 C 15-25 元 D 25-50 元
17.您是否患有疾病	A 是 B 否
18.您平均一周去商业街消费次数	A 2 次以下 B 3-5 次 C 5-7 次 D 7 次以上

19.您是否有笔记本电脑	A 有 B 无
20.您是否接受过贫困生资助	A 接受过 B 没有接受过
21.您一学期与同学聚餐次数	A 3 次以下 B 3-5 次 C 5-10 次 D 10 次以上
22.您与室友和不和谐	A 不和谐 B 较和谐 C 很和谐
23.您在班里的表现情况	A 不活跃 B 偶尔活跃 C 较活跃 D 很活跃
24.您是否办理了助学贷款	A 办理了 B 没有办理
25.学校是否给予学生贫困资助	A 给予 B 不给予

表 2 贫困生资助评定标准乐观多粒度约简结果表

家庭方面	学生本身	大学生生活环境
1.父亲文化程度	1.平均每周在食堂的消费次数	1.一学期与同学聚餐次数
2.母亲文化程度	2.平均一学期旅游次数	2.与室友融洽程度
3.家庭交通工具	3.更换手机频率	3.在班里表现情况
4.父母是否患有疾病	4.平均身穿衣服的价格	4.是否办理了助学贷款
5.家庭成员数	5.平均日消费金额	/
6.父母是否离异	6.学生是否患有疾病	/

7 结束语

本文针对对影响大学生贫困评定标准的各个数据的分析处理，在基于多粒度粗糙集的粒度约简算法和绝对约简算法，通过对收集的数据进行处理，在乐观多粒度和悲观多粒度两种情况下分别得到了最终影响贫困生评定标准的重要因素，经过实验验证，这些结果是有效而有意义的。有了这个结果，我们可以在以后的贫困生评定中帮助高校进行一个更为科学的测评，同时也可以帮助高校奖学金政策的制定等，对于贫困生能够拥有保障的学习生活，能够有一个美好的人生是有很大帮助的。

参考文献：

[1] 教育部，财政部．关于做好高等学校家庭经济困难学生认定工作的指导意见(教财[2007]8 号)[z]，2007.6.

[2] Pawlak Z. Rough set. International Journal of Computer and Information Science, 1982, 11: 341-356.

[3] Zadeh L A.Toward a theory of fuzzy information granulation and its centrality in humanreasoning and fuzzy logic[J].Fuzzy Sets and Systems,1997,90:111-127.

[4] 梁吉业,钱宇华,李德玉,等.大数据挖掘的粒计算理论与方法[J]. 中国科学:信息科学, 2015, 45(11): 1355-1369.

[5] 桑妍丽, 钱宇华. 一种悲观多粒度粗糙集中的粒度约简算法. 模式识别与人工智能, 2012, 25（3）: 361-366.

[6] 张明, 唐振民. 一种悲观多粒度粗糙集中的粒度约简算法. 模式识别与人工智能, 2012, 25（3）: 361-366.

[7] QIAN Y H, LIANG J Y, DANG C Y, Incomplete multi-granulation rough set, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A, 2010, 40(2) : 420-431.

[8] 王丽娟, 杨习贝, 杨静宇, 等. 一种新的不完备多粒度粗糙集.南京大学学报(自然科学), 2012, 48(7) : 436-444.

[9] 顾沈明,吴志伟,徐优红.不完备多标记信息系统中粒度研究. 南京大学学报(自然科学), 49(5): 567-573.

[10] 张明, 唐振民, 徐维艳, 等. 可变多粒度粗糙集模型. 模式识别与人工智能, 2012, 25(4) : 709-720.

[11] 顾力平, 杨习贝. 基于一般二元关系的多粒度粗糙集模型. 南京航空航天大学学报, 2013, 45(1): 124-129.

[12] 李聪. 多粒度模糊粗糙集研究. 数学杂志, 2016, 36(1): 124-134.

[13] 桑林, 李续武. 基本可变相容粒空间的多粒度覆盖粗糙集模型. 计算机技术与发展, 2015, 25(8) : 35 - 38.

[14] 安虹. 区间值信息系统多粒度粗糙集拓展模型的知识约简. 硕士学位论文. 临汾: 山西师范大学, 2014.

[15] 陈林. 粗糙集中不同粒度层次下的并行约简及决策.硕士学位论文. 金华：浙江师范大学, 2013.

[16] 顾力平, 杨习贝. 基于一般二元关系的多粒度粗糙集模型. 南京航空航天大学学报, 2013, 45(1) : 124 - 129.

[17] 邓大勇, 黄厚宽. 多粒度粗糙集的双层绝对约简. 模式识别与人工智能, 2016, 29(11) : 969 - 975.

[18] 孟慧丽, 马媛媛, 徐久成. 基于信息量的悲观多粒度粗糙集粒度约简, 2015,51(2): 343 - 348.